

...ДЛЯ НЕСВЕДУЩИХ

В МАТЕМАТИКЕ

СОКРЫТЫ МНОГИЕ

ТАЙНЫ ВЕЩЕЙ.

Я. А. Коменский

Тест-опрос

по теории по темам

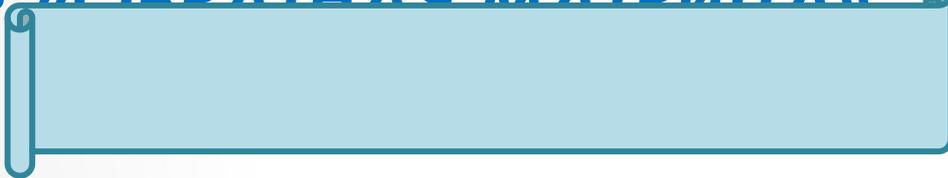
- «МАТРИЦЫ»



- «ОПРЕДЕЛИТЕЛИ КВАДРАТНЫХ МАТРИЦ»



- «ОБРАТНАЯ МАТРИЦА»



1. Укажите, чем матрица отличается от определителя:

а) матрица – число, определитель – таблица чисел

б) матрица и определитель не могут отличаться друг от друга

в) матрица – таблица чисел, определитель – число

г) матрица – таблица чисел, определитель – две таблицы чисел

2. Укажите формулу, связывающую минор и алгебраическое дополнение одного и того же элемента матрицы:

$$б) A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$$

3. Укажите, когда данная матрица A и транспонированная по отношению к ней матрица одинакового размера:

а) A – матрица-столбец

б) A – матрица-строка

в) квадратная матрица

г) A – матрица размера $m \times n$

4. Определитель 4-го порядка
удобно вычислять, пользуясь:

а) теоремой Лапласа

б) теоремой Ферма

в) правилом Сарруса

г) теоремой Крамера

5. Укажите, в чем суть операции транспонирования матрицы:

а) перестановка строк

б) перестановка столбцов

в) замена строк столбцами

г) замена элементов побочной диагонали элементами главной диагонали

б. Укажите равенство, которое
выражает определение обратной
матрицы:

$$\text{а) } A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E;$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21};$$

$$\text{в) } A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij};$$

$$\text{г) } A \cdot X = B.$$

7. Укажите вид матрицы, для которой можно вычислять определитель:

а) матрица-строка

б) квадратная матрица

в) матрица-столбец

г) матрица размера $m \times n$

8. Матрица называется невырожденной, если ее определитель равен:

а) 0

б) ∞

г) 1

9. Элементы матрицы a_{ij} , у которых номер столбца равен номеру строки ($i=j$):

а) образуют главную диагональ

б) составляют столбец j

в) составляют строку i

г) образуют побочную диагональ

10. Матрицей размера $m \times n$ называется прямоугольная таблица чисел, содержащая:

а) n строк и m столбцов

б) m строк и m столбцов

в) m строк и n столбцов

г) n строк и n столбцов

11. Укажите формулу для вычисления обратной матрицы:

а) $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij};$

б) $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \tilde{A}$

в) $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E;$

г) $A \cdot X = B.$

12. Укажите вид матрицы, для которой возможно вычисление обратной матрицы:

а) матрица-столбец

б) матрица размера $m \times n$

в) матрица-строка

г) квадратная матрица

13. Матрица называется квадратной n -го порядка, если:

а) все элементы главной диагонали возведены в квадрат

б) число её строк равно числу столбцов и равно n

в) все её элементы возведены в квадрат

г) все элементы побочной диагонали возведены в квадрат

14. Укажите, какие две матрицы можно сложить:

а) любые

б) одинакового размера

в) равные

г) согласованные

15. Укажите, чем диагональная матрица n -го порядка отличается от единичной того же порядка:

а) элементами главной диагонали

б) недиагональными элементами

в) всеми элементами

г) элементами побочной диагонали

16. укажите формулу для
вычисления определителя
второго порядка:

а) $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij};$

б) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21};$

в) $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E;$

г) $A \cdot X = B.$

17. Укажите название
данной матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

а) диагональная

б) квадратная

в) нулевая

г) единичная

18. Матрица может иметь обратную матрицу, если она является:

а) матрицей-столбцом

б) невырожденной

в) матрицей-строкой

г) вырожденной

19. Если все недиагональные элементы квадратной матрицы равны нулю, то матрица называется:

а) нулевой

б) недиагональной

в) диагональной

г) единичной

20. Матрица A^{-1} называется обратной по отношению к квадратной матрице A , если при умножении матрицы A на матрицу A^{-1} как справа, так и слева, получается:

а) нулевая матрица

б) матрица-строка

в) единичная матрица

г) вырожденная матрица

НАХОЖДЕНИЕ ОБРАТНЫХ МАТРИЦ

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ

АЛГОРИТМ

ЦЕЛЬ ЗАНЯТИЯ:

научиться находить

элементы обратной

матрицы

для данной

матрицы

Задание.

Для данной матрицы

найти обратную матрицу.

СОЗДАТЬ МАТРИЦУ:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 4 & 1 & 9 \\ 6 & 3 & 6 \end{pmatrix},$$

где указываем цифры, составляющие дату рождения (число, месяц, год) – 8 элементов, **последний девятый элемент** – цифра от 1 до 6.

Теорема (необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы):

Обратная матрица A^{-1} существует и единственна тогда и только тогда, когда матрица A невырожденная, т.е.

$|A| \neq 0$. Ее элементы вычисляются по

формуле:

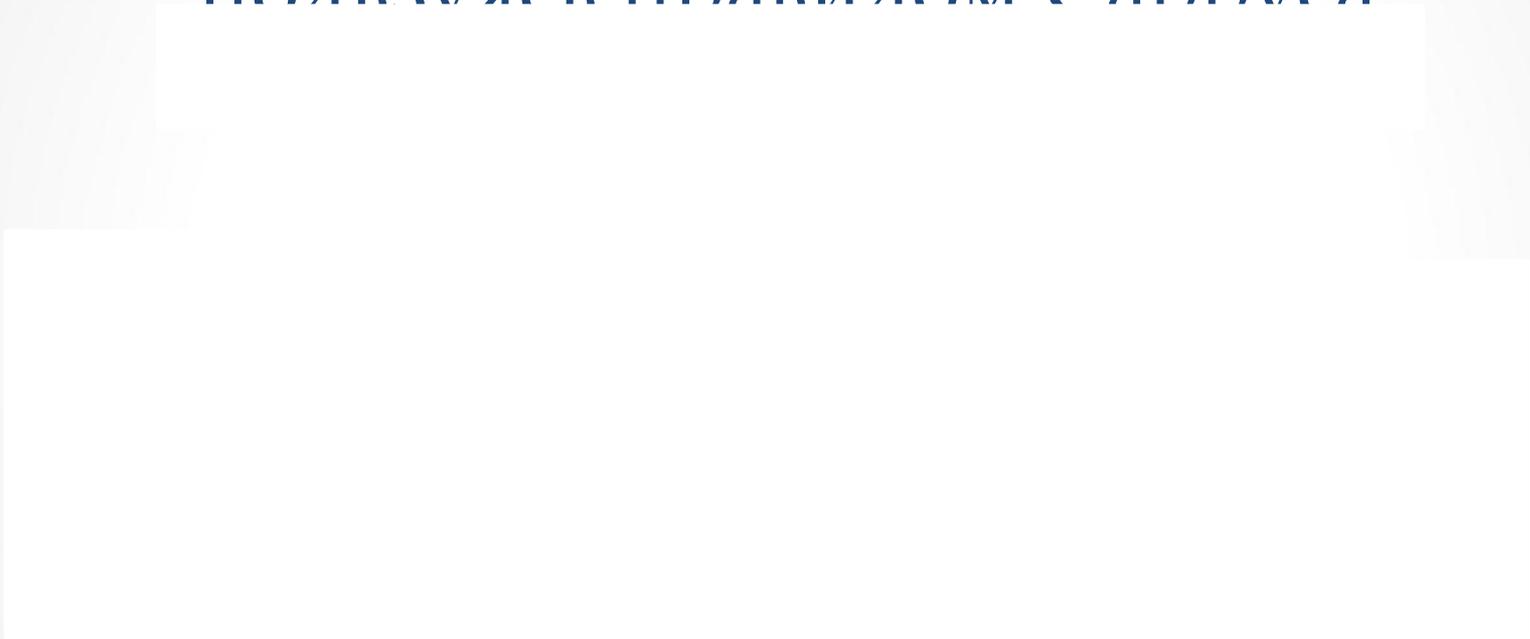
$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \tilde{A}$$

*АЛГОРИТМ
НАХОЖДЕНИЯ
ЭЛЕМЕНТОВ
ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ*

Шаг 1.

Найдем определитель данной матрицы,

пользуясь правилом Саррюса.



$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 4 & 1 & 9 \\ 6 & 3 & 6 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 \cdot 6 + 4 \cdot 3 \cdot 0 + 6 \cdot 9 \cdot 6 - 6 \cdot 1 \cdot 0 -$$

$$- 3 \cdot 9 \cdot 2 - 4 \cdot 6 \cdot 6 = 12 + 486 - 54 - 144 = 498 - 198 = 300 \neq 0 -$$

-

Шаг 2.

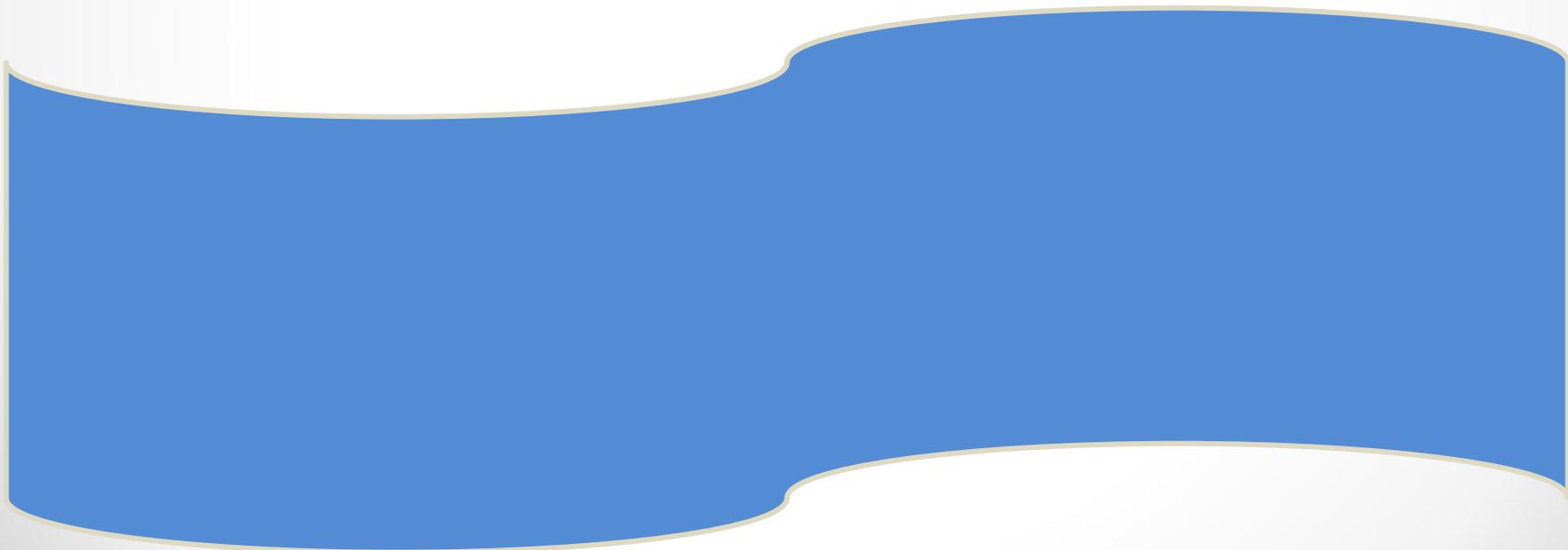
Транспонируем матрицу:

- $$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 4 & 1 & 9 \\ 6 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

- $$\mathbf{A}' = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 6 & 1 & 3 \\ 0 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

шаг 3.

Ищем элементы присоединенной матрицы \tilde{A} ,
для этого элементы транспонированной
матрицы A' заменяем их алгебраическими
дополнениями.



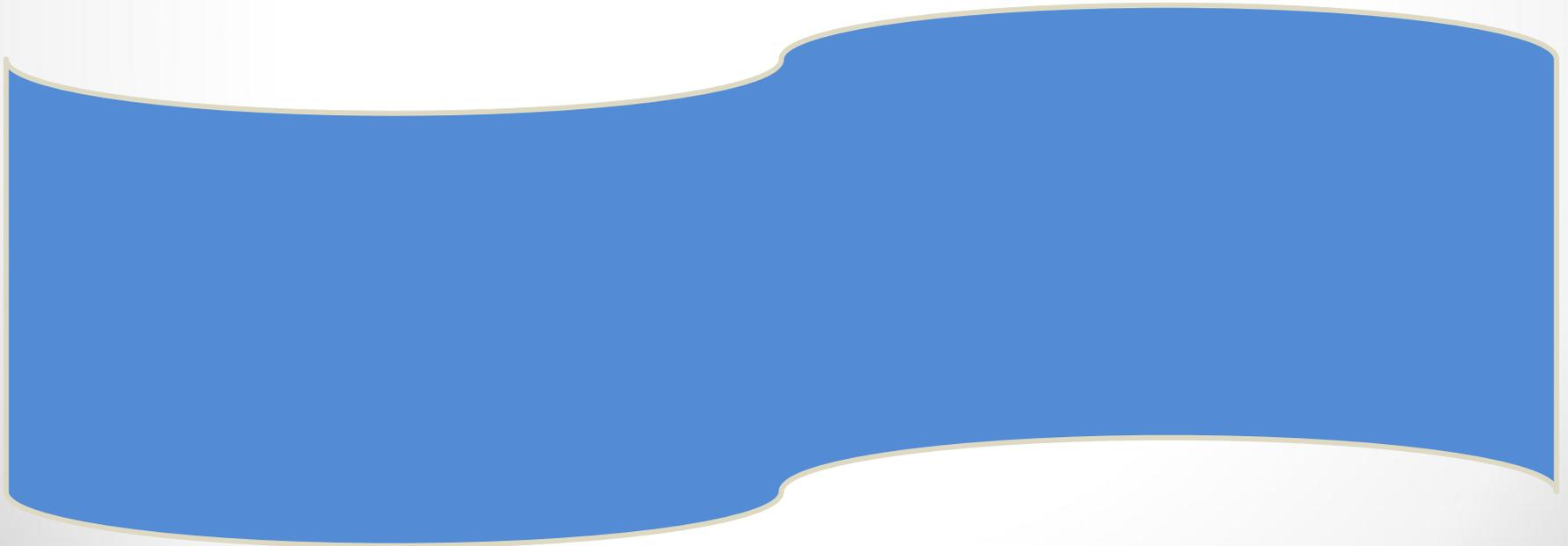
МИНОР – ОПРЕДЕЛИТЕЛ

ВЫЧЕРКИВАНИЕ СТРОКИ И СТОЛБЦА

$$A' = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 6 & 1 & 3 \\ 0 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

шаг 3.

Ищем элементы присоединенной матрицы \tilde{A} ,
для этого элементы транспонированной
матрицы A' заменяем их алгебраическими
дополнениями.



ВАЖНО: ЗНАК!!

Сумма индексов –
число

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot M_{21} = -M_{21}$$

Сумма индексов –
число

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot M_{33} = M_{33}$$

Из найденных алгебраических
дополнений составляем
• присоединенную матрицу \tilde{A} .

•
$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} -21 & -36 & 54 \\ 30 & 12 & -18 \\ 6 & 30 & -22 \end{pmatrix}$$

Шаг 4. Находим обратную матрицу, используя формулу:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \tilde{A}$$

Получаем матрицу вида:

-
- $A^{-1} = \frac{1}{300} \cdot \begin{pmatrix} -21 & -36 & 54 \\ 30 & 12 & -18 \\ 6 & 30 & -22 \end{pmatrix} =$



Шаг 5. Проверка найденной обратной матрицы с помощью равенства, выражающего определение обратной матрицы:



Используем матрицу вида:

- $$A^{-1} = \frac{1}{300} \cdot \begin{pmatrix} -21 & -36 & 54 \\ 30 & 12 & -18 \\ 6 & 30 & -22 \end{pmatrix} =$$



Записываем произведение:

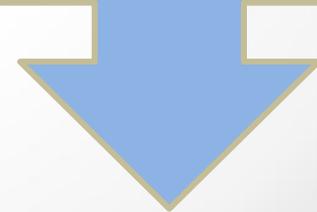
$$A^{-1} \cdot A = \frac{1}{300} \cdot \left[\begin{pmatrix} -21 & -36 & 54 \\ 30 & 12 & -18 \\ 6 & 30 & -22 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 4 & 1 & 9 \\ 6 & 3 & 6 \end{pmatrix} \right]$$

$$A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E;$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. конспект – темы «Матрицы», «Определители квадратных матриц», «Обратная матрица»;
2. сделать проверку найденной обратной матрицы.

В каком шаге алгоритма и для
чего применялась формула, ее
суть?



Какие виды матриц использовались
на указанных этапах
нахождения элементов обратной матрицы?
В чем суть этапа?

Шаг 1.	
Шаг 2.	
Шаг 3.	
Шаг 4.	